

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Total	Nota

- Instrucciones:**
- **NO HAY CONSULTAS.** Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
 - Conteste en forma ordenada y justifique adecuadamente cada respuesta.
 - Queda prohibido el uso de calculadoras programables, formulario y **celulares**.

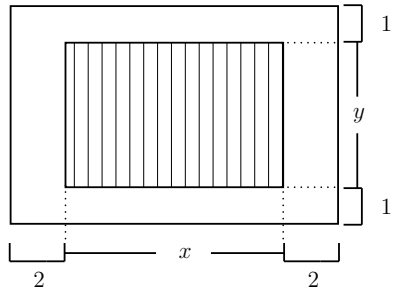
$$\text{Nota} = 1 + \frac{\text{Puntos}}{10}.$$

Duración = 60 minutos

1) [15 ptos.] Simplifique al máximo la siguiente expresión:

$$\left(\frac{-x^2 + x + 6}{-2x^2 - 2x - 2} \div \frac{3x^3 - 12x^2 + 9x}{x^3 - 1} \right) \left(x - 2 + \frac{4}{x + 2} \right)$$

- 2) [20 ptos.] Una hoja de papel debe contener 32 cms.^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cms. cada uno, y los laterales 1 cm., cada uno, como se muestra en la siguiente imagen



Se pide:

- (10 ptos.) Encontrar una expresión algebraica, en una variable, que represente el área de la hoja.
- (10 ptos.) Hallar el largo y el ancho de la hoja de tal modo que su área sea de 72 cms.^2 .

3) [25 ptos.]

a) (10 ptos.) Resolver la siguiente ecuación

$$\frac{x}{x-1} = \frac{7}{x-2} - \frac{x}{x^2-3x+2}$$

b) (15 ptos.) Hallar el conjunto solución de la siguiente inecuación

$$\frac{x^2-3x+11}{x^2-2x+8} \leq 1$$

PAUTA

1) Tenemos

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-x^2 + x + 6}{-2x^2 - 2x - 2} \div \frac{3x^3 - 12x^2 + 9x}{x^3 - 1} \right) \left(x - 2 + \frac{4}{x + 2} \right) \\ &= \left(\frac{-(x+2)(x-3)}{-2(x^2+x+1)} \cdot \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{3x(x-1)(x-3)} \right) \cdot \frac{x^2}{x+2} \quad (10\text{pts.}) \\ &= \frac{x+2}{6x} \cdot \frac{x^2}{x+2} \quad (3\text{pts.}) \\ &= \frac{x}{6} \quad (2\text{pts.}) \end{aligned}$$

a) Note que $A = (x+4)(y+2)$ (3 pts.). Pero, se debe tener que $xy = 32$ o equivalentemente $y = 32/x$ (3 pts.). De esto, se tiene que una expresión algebraica, en una variable, que representa el área es

$$A = (x+4) \left(\frac{32}{x} + 2 \right) \quad (4\text{pts.})$$

b) Debemos tener que $A = 72$, luego

$$\begin{aligned} (x+4) \left(\frac{32}{x} + 2 \right) &= 72 \\ (x+4)(32+2x) &= 72x \\ 2x^2 + 40x + 128 &= 72x \\ 2x^2 - 32x + 128 &= 0 \quad (8\text{pts.}) \\ x^2 - 16x + 64 &= 0 \\ (x-8)^2 &= 0 \end{aligned}$$

es decir, $x = 8$ y luego $y = 4$. Así, el largo de la hoja debe ser de $8 + 4 = 12$ cms. y el ancho debe ser de $4 + 2 = 6$ cms. para que el área de la hoja sea de 72 cms.² (1+1 pts.).

2) a) Tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-1} &= \frac{7}{x-2} - \frac{x}{x^2-3x+2} \\ \frac{x}{x-1} &= \frac{7}{x-2} - \frac{x}{(x-1)(x-2)} \\ x(x-2) &= 7(x-1) - x \quad (7\text{pts.}) \\ x^2 - 2x &= 7x - 7 - x \\ x^2 - 8x + 7 &= 0 \\ (x-7)(x-1) &= 0 \end{aligned}$$

Vemos que $x = 1$ no puede ser solución de la ecuación original (2 pts.), por lo tanto $x = 7$ es la única solución de la ecuación (1 pts.).

b) Tenemos que

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 3x + 11}{x^2 - 2x + 8} &\leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 11}{x^2 - 2x + 8} - 1 &\leq 0 \\ \frac{3 - x}{\underbrace{x^2 - 2x + 8}_{g(x)}} &\leq 0\end{aligned}$$

Note que $x^2 - 2x + 8 = x^2 - 2x + 1 + 7 = (x - 1)^2 + 7 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Luego, $g(x) \leq 0$ si y sólo si $3 \leq x$. Luego, la solución es $S = [3, \infty[$.